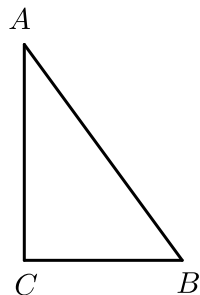


第2讲 圆的综合（加油站）

一、直线与圆的位置关系

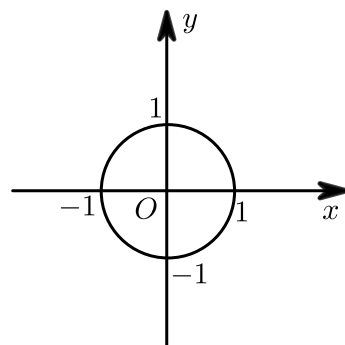
练习1

1. $\odot O$ 的半径为5，圆心 O 到直线 l 的距离是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的一个根，则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是_____.
2. 已知 $\odot O$ 的直径等于12cm，圆心 O 到直线 l 的距离为5cm，则直线 l 与 $\odot O$ 有_____个交点.
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 3\text{cm}$ ， $AC = 4\text{cm}$ ，以点 C 为圆心，以2.5cm为半径画圆，则 $\odot C$ 与直线 AB 的位置关系是（ ）.



- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能确定

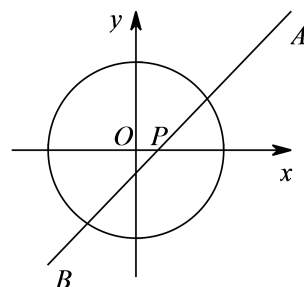
4. 如图，在平面直角坐标系中， $\odot O$ 的半径为1，则直线 $y = x - \sqrt{2}$ 与 $\odot O$ 的位置关系是（ ）.



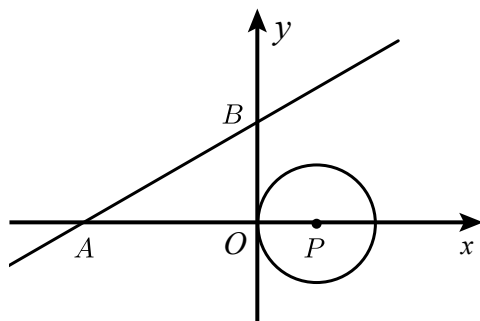
- A. 相离 B. 相切
C. 相交 D. 以上三种情况都有可能

练习2

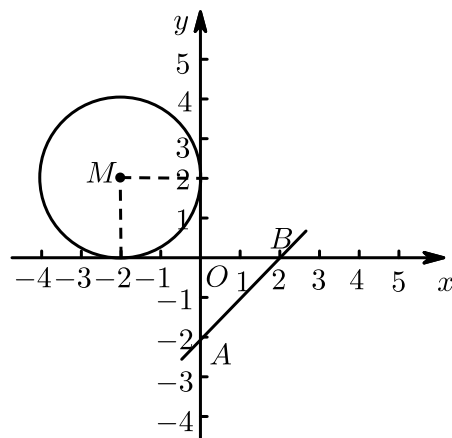
5. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $\odot O$ 的半径为1，动直线 AB 与 x 轴交于点 $P(m, 0)$ ，直线 AB 与 x 轴夹角为 45° ，若直线 AB 与 $\odot O$ 有公共点，则 m 的取值范围是（ ）.



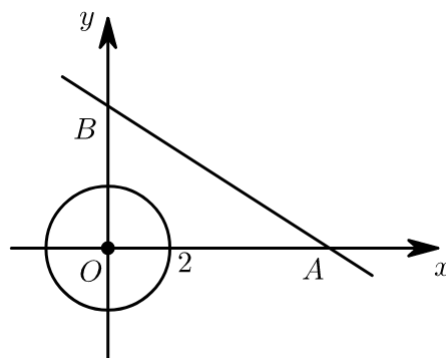
- A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ B. $-1 < m < 1$ C. $0 \leq m \leq \sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$
6. 如图，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点，圆心 P 的坐标为 $(1, 0)$ ，圆 P 与 y 轴相切于点 O 。若将圆 P 沿 x 轴向左移动，当圆 P 与直线相交时，横坐标为整数的点 P 的个数是（ ）.



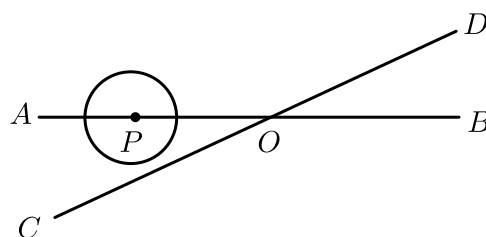
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
7. 如图， $\odot M$ 的圆心为 $M(-2, 2)$ ，半径为2，直线 AB 过点 $A(0, -2)$ ， $B(2, 0)$ ，则 $\odot M$ 关于 y 轴对称的 $\odot M'$ 与直线 AB 的位置关系是 _____.



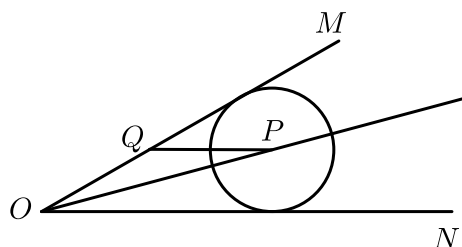
8. 如图，一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + a$ ($a > 0$) 的图象与坐标轴交于 A, B 两点，以坐标原点 O 为圆心，半径为 2 的 $\odot O$ 与直线 AB 相离，则 a 的取值范围是 _____ .



9. 如图，直线 AB, CD 相交于点 O ， $\angle AOC = 30^\circ$ ，半径为 1cm 的 $\odot P$ 的圆心在直线 AB 上，开始时， $PO = 6\text{cm}$. 如果 $\odot P$ 以 1cm/s 的速度沿由 A 向 B 的方向移动，那么：
- 当 $\odot P$ 的运动时间 $t(\text{s})$ 满足条件 _____ 时， $\odot P$ 与直线 CD 相离 .
- 当 $\odot P$ 的运动时间 $t(\text{s})$ 满足条件 _____ 时， $\odot P$ 与直线 CD 相切 .
- 当 $\odot P$ 的运动时间 $t(\text{s})$ 满足条件 _____ 时， $\odot P$ 与直线 CD 相交 .



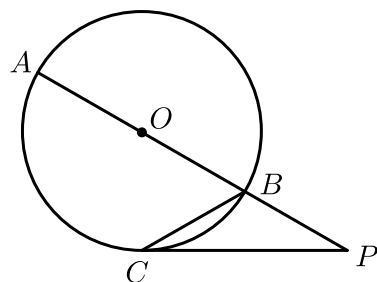
10. 如图， $\angle MON = 30^\circ$ ， OP 是 $\angle MON$ 的角平分线， $PQ \parallel ON$ 交 OM 于点 Q ，以 P 为圆心，半径为 4 的圆与 ON 相切，如果以 Q 为圆心半径为 r 的圆与 $\odot P$ 相交，那么 r 的取值范围是 () .



- A. $4 < r < 12$ B. $2 < r < 12$ C. $4 < r < 8$ D. $r > 4$

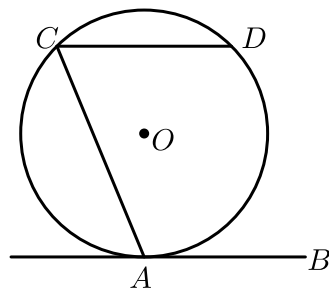
练习3

11. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，延长 AB 至点 P ，使 PB 等于半径 OB ，过点 P 作 $\odot O$ 的切线，切点为 C ，则 $\angle ABC$ 的度数等于（ ）。



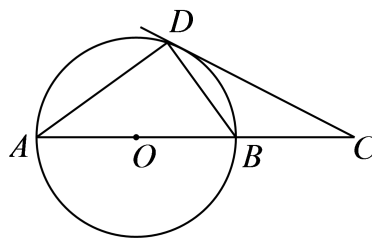
- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

12. 如图， $\odot O$ 的半径为5，直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A ， AC 、 CD 是 $\odot O$ 的两条弦，且 $CD \parallel AB$ ， $CD = 6$ ，则弦 AC 的长为（ ）。

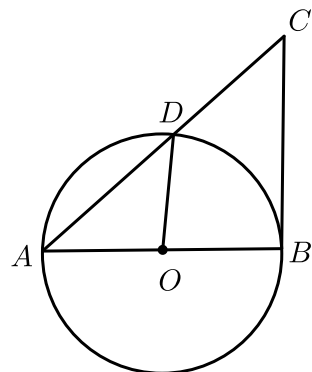


- A. $6\sqrt{2}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{10}$

13. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C 在 AB 的延长线上， CD 与 $\odot O$ 相切，切点为 D 。若 $\angle A = 35^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____。

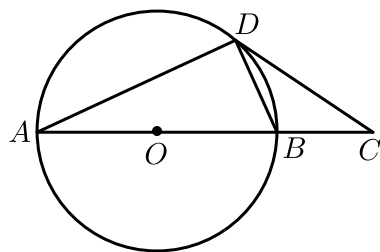


14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 与 $\odot O$ 相切于点 B , AC 交 $\odot O$ 于点 D , 若 $\angle ACB = 50^\circ$, 则 $\angle BOD$ 等于 () .



- A. 40° B. 50° C. 60° D. 80°

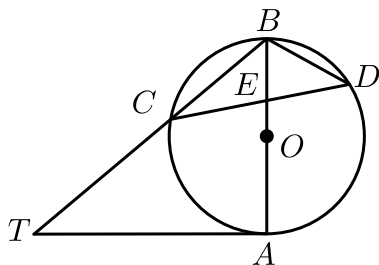
15. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 D , CD 与 AB 的延长线交于点 C , $\angle A = 30^\circ$, 给出下面3个结论: ① $AD = CD$. ② $BD = BC$. ③ $AB = 2BC$, 其中正确结论的个数是 () .



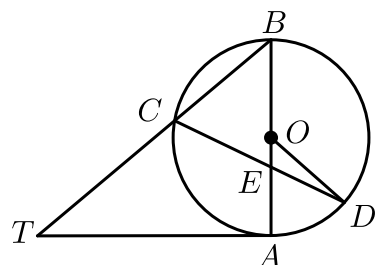
- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

练习4

16. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AT 是 $\odot O$ 的切线, $\angle ABT = 50^\circ$, BT 交 $\odot O$ 于点 C , E 是 AB 上一点, 延长 CE 交 $\odot O$ 于点 D .



图①

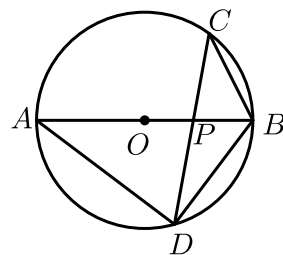


图②

- (1) 如图①, 求 $\angle T$ 和 $\angle CDB$ 的大小 .
 (2) 如图②, 当 $BE = BC$ 时, 求 $\angle CDO$ 的大小 .

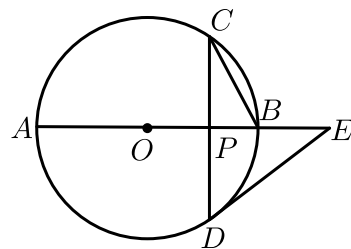
17. 在 $\odot O$ 中，弦 CD 与直径 AB 相交于点 P ， $\angle ABC = 63^\circ$ 。

(1) 如图①，若 $\angle APC = 100^\circ$ ，求 $\angle BAD$ 和 $\angle CDB$ 的大小。



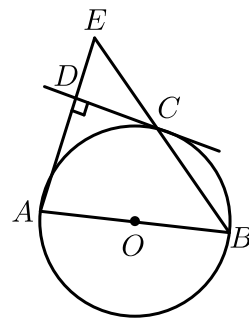
图①

(2) 如图②，若 $CD \perp AB$ ，过点 D 作 $\odot O$ 的切线，与 AB 的延长线相交于点 E ，求 $\angle E$ 的大小。



图②

18. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径，点 C 在 $\odot O$ 上， AD 与过点 C 的切线互相垂直，垂足为 D 。连接 BC 并延长，交 AD 的延长线于点 E 。



(1) 求证： $AE = AB$ 。

(2) 若 $AB = 10$ ， $BC = 6$ ，求 CD 的长。

19. 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, C 为 $\odot O$ 上一点.

(1) 如图1, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线相交于点 P , 若 $\angle P = 42^\circ$, 求 $\angle CAB$ 的大小.

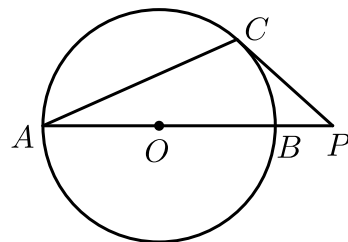


图1

(2) 如图2, D 为 $\widehat{AC}$ 上一点, 且 OD 经过 AC 的中点 E , 连接 DC 并延长, 与 AB 的延长线相交于点 P , 若 $\angle CAB = 10^\circ$, 求 $\angle P$ 的大小.

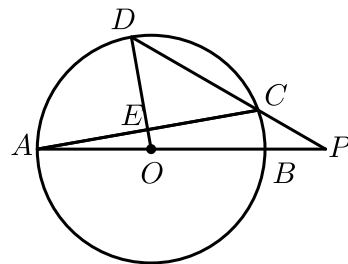
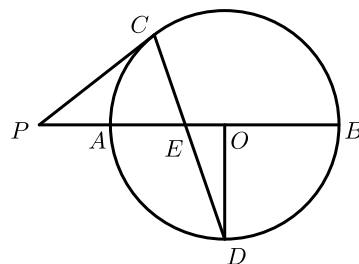


图2

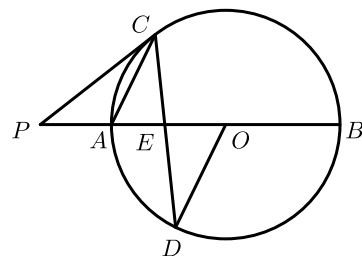
20. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与 AB 相交于点 E , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线与 BA 的延长线交于点 P , $\angle P = 38^\circ$.

(1) 如图①, 若点 D 为 $\widehat{AB}$ 的中点, 求 $\angle EDO$ 的大小.



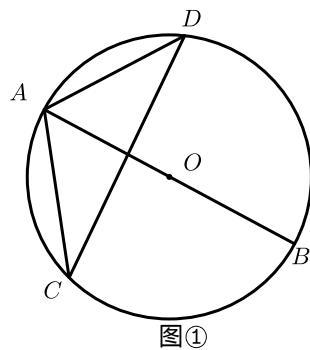
图①

(2) 如图②, 若 $DO \parallel AC$, 求 $\angle EDO$ 的大小.



图②

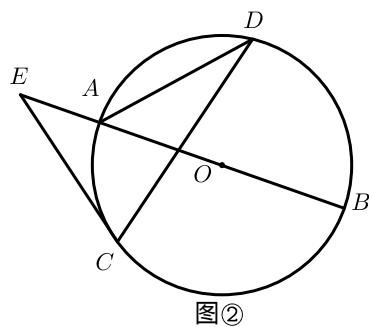
21. 如图, AB 是 $\odot O$ 直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, $\angle ADC = 26^\circ$.



图①

(1) 如图①, 求 $\angle CAB$ 的度数.

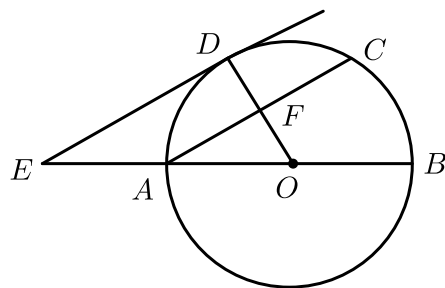
(2) 如图②, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 BA 的延长线相交于点 E , 求 $\angle E$ 的大小.



图②

练习5

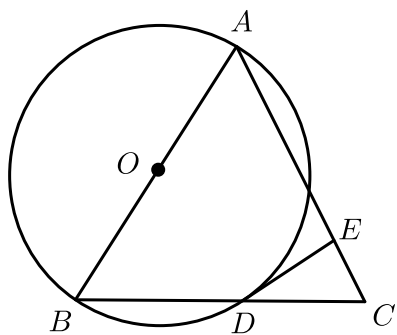
22. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, D 为 $\widehat{AC}$ 的中点, 连接 OD 交弦 AC 于点 F , 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BA 的延长线于点 E .



(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.

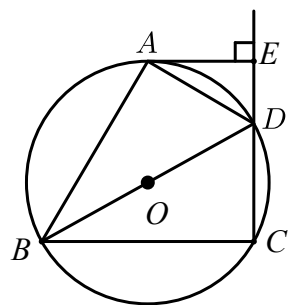
(2) 连接 CD , 若 $OA = AE = 4$, 求四边形 $ACDE$ 的面积.

23. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AB 为直径作 $\odot O$ ，与 BC 交于点 D ，过 D 作 AC 的垂线，垂足为 E ．证明：



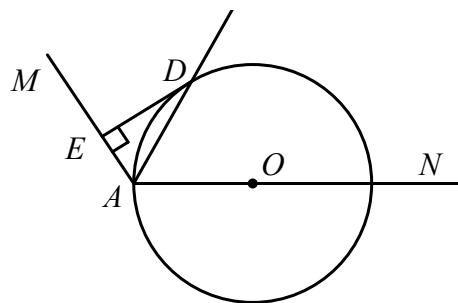
- (1) $BD = DC$.
 (2) DE 是 $\odot O$ 切线 .

24. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， BD 是 $\odot O$ 的直径， $AE \perp CD$ ，垂足为 E ， DA 平分 $\angle BDE$ ．



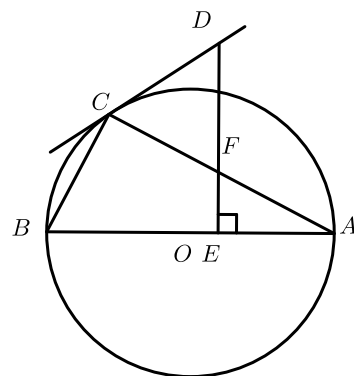
- (1) 求证： AE 是 $\odot O$ 的切线 .
 (2) 若 $\angle DBC = 30^\circ$ ， $DE = 1\text{cm}$ ，求 BD 的长 .

25. 如图， O 是 $\angle MAN$ 的边 AN 上一点，以 OA 为半径作 $\odot O$ ，交 $\angle MAN$ 的平分线于点 D ， $DE \perp AM$ 于 E 。



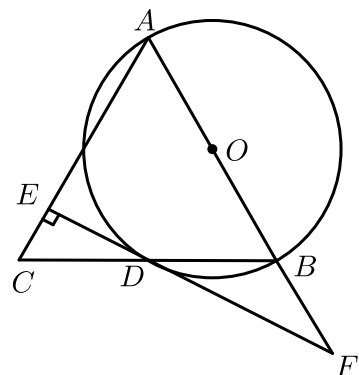
- (1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 连接 OE ，若 $\angle EDA = 30^\circ$ ， $AE = 1$ ，求 OE 的长。

26. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 为 $\odot O$ 上一点， $\angle DCA = \angle B$ 。



- (1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 若 $DE \perp AB$ ，垂足为 E ， DE 交 AC 于点 F ，求证： $\triangle DCF$ 是等腰三角形。

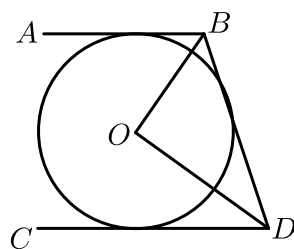
27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D ，过点 D 作 $EF \perp AC$ 于点 E ，交 AB 的延长线于点 F 。



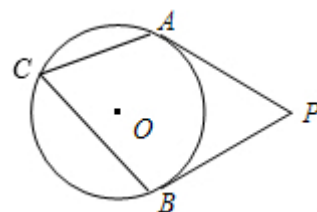
- (1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线。
 (2) 当 $AB = 5$ ， $BC = 6$ 时，求 DE 的长。

练习6

28. 如图， AB 、 CD 、 BD 都与 $\odot O$ 相切， $AB \parallel CD$ ， $OB = 2$ ， $OD = 3$ ，则 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

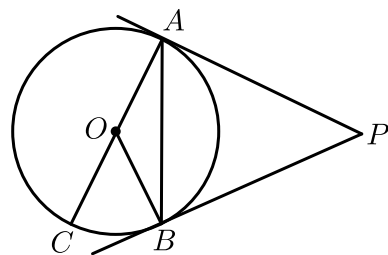


29. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别为 A 、 B ， C 为 $\odot O$ 上一点，若 $\angle P = 50^\circ$ ，则 $\angle ACB =$ ()。

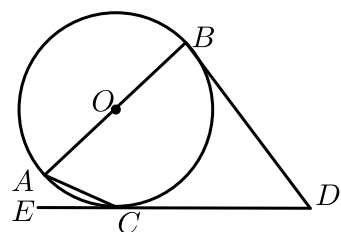


- A. 40° B. 50° C. 65° D. 130°

30. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 为切点, AC 是 $\odot O$ 的直径, 若 $\angle BAC = 25^\circ$, 则 $\angle P =$ _____ 度.

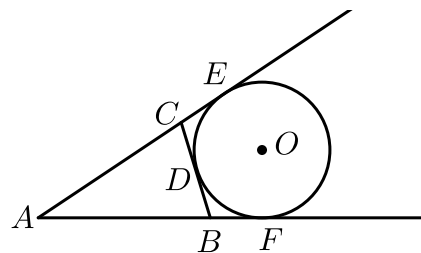


31. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, DB, DE 分别切 $\odot O$ 于点 B, C , 若 $\angle ACE = 25^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是 () .



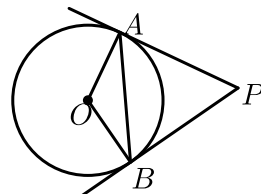
- A. 50° B. 55° C. 60° D. 65°

32. 如图, $\triangle ABC$ 的周长为 8, $\odot O$ 与 BC 相切于点 D 、与 AC 的延长线相切于点 E 、与 AB 的延长线相切于点 F , 则 AF 的长为 _____ .



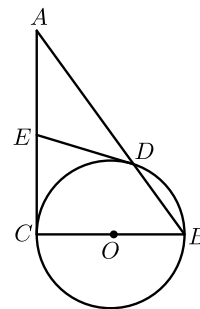
练习7

33. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 为切点, $\angle OAB = 30^\circ$.



- (1) 求 $\angle APB$ 的度数.
(2) 当 $OA = 3$ 时, 求 AP 的长.

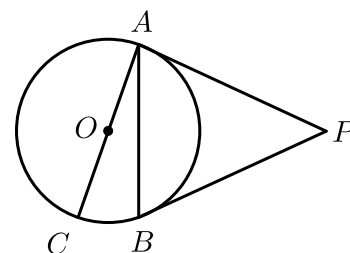
34. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ， $\odot O$ 的切线 DE 交 AC 于点 E 。



(1) 求证： E 是 AC 的中点。

(2) 若 $AB = 10$ ， $BC = 6$ ，连接 CD 、 OE ，交点为 F ，求 OF 的长。

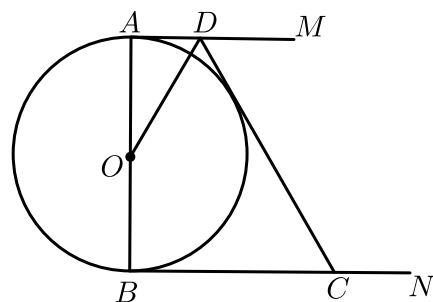
35. 如图， PA ， PB 是 $\odot O$ 的切线， A ， B 为切点， AC 是 $\odot O$ 的直径。



(1) 若 $\angle BAC = 25^\circ$ ，求 $\angle P$ 的度数。

(2) 若 $\angle P = 60^\circ$ ， $PA = 2\sqrt{3}$ ，求 AC 的长。

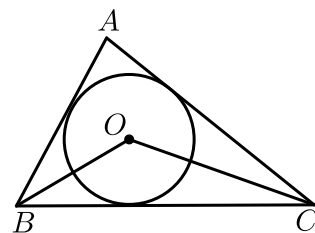
36. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AM 、 BN 分别与 $\odot O$ 相切于点 A 、 B , CD 交 AM 、 BN 于点 D 、 C , DO 平分 $\angle ADC$.



- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线.
- (2) 设 $AD = 4$, $AB = x (x > 0)$, $BC = y (y > 0)$. 求 y 关于 x 的函数解析式.

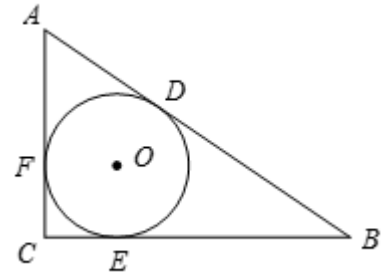
练习8

37. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, 则 $\angle BOC$ 的度数为 ().



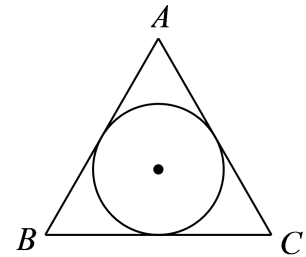
- A. 100° B. 160° C. 80° D. 130°

38. 如图, $\odot O$ 与 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边相切, 切点分别为 D 、 E 、 F , $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $AB = 10$, 则 $\odot O$ 的半径等于 () .



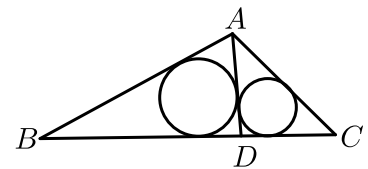
- A. 6 B. 4.8 C. 5 D. 2

39. 如图, 边长为2的正三角形的内切圆半径是 () .



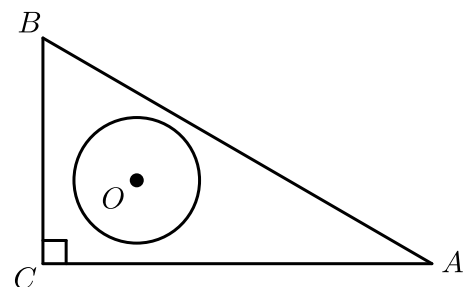
- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

40. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$, $AC = \frac{8}{3}$, 点 D 就是 BC 边上的一点, $BD = 2AD = 2CD$, 设 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的内切圆半径分别为 r_1 , r_2 , 则 $\frac{r_1}{r_2}$ 的值等于 () .



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

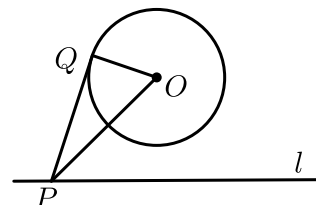
41. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 4$, $BC = 3$, O 是 $\triangle ABC$ 的内心, 以 O 为圆心, r 为半径的圆与线段 AB 有公共点, 则 r 的取值范围是 _____ .



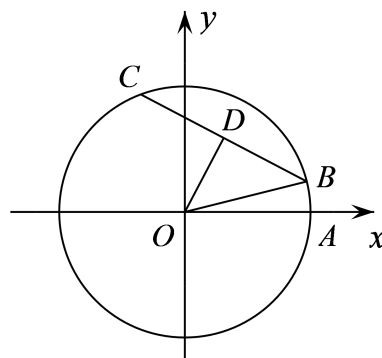
二、圆中最值问题

练习9

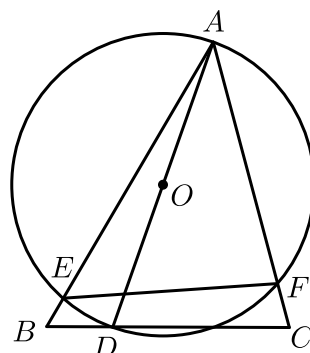
42. 如图， $\odot O$ 的半径为2，点 O 到直线 l 的距离为3，点 P 是直线 l 上的一个动点， PQ 切 $\odot O$ 于点 Q ，则 PQ 的最小值为（ ）.



- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. 2
43. 如图所示在平面直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为圆心的圆过点 $A(10\sqrt{2}, 0)$ ，直线 $y = kx - 6k + 8$ 与 $\odot O$ 交于 B 、 C 两点，则弦 BC 的长的最小值为（ ）.

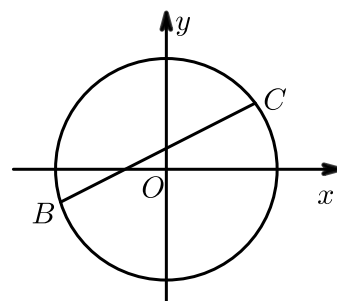


- A. 20 B. 18 C. 16 D. 22
44. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 75^\circ$ ，点 D 是 BC 边上一个动点，以 AD 为直径作 $\odot O$ ，分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ，若弦 EF 长度的最小值为1，则 AB 的长为（ ）.

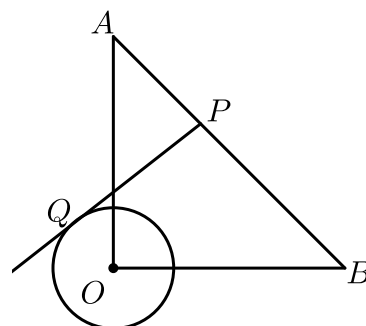


- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ C. 1.5 D. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$

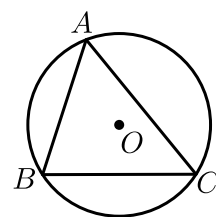
45. 如图，直线 $y = kx - 3k + 4$ 与 $\odot O$ 交于 B 、 C 两点，若 $\odot O$ 的半径为13，求弦 BC 长度的最小值．



46. 如图，在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $OA = OB = 4\sqrt{2}$ ， $\odot O$ 的半径为1，点 P 是 AB 边上的动点，过点 P 作 $\odot O$ 的一条切线 PQ （点 Q 为切点），切线 PQ 的最小值为 _____ ．



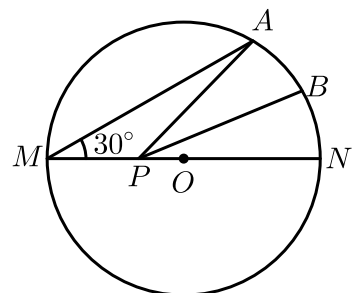
47. 如图，已知 $\odot O$ 的半径2，弦 BC 的长为 $2\sqrt{3}$ ，点 A 为弦 BC 所对优弧上任意一点（ B 、 C 两点除外）．



- (1) 求 $\angle BAC$ 的度数．
- (2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值．

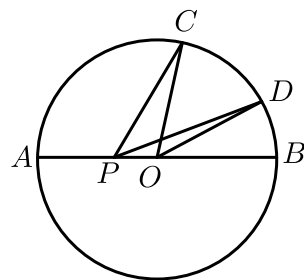
练习10

48. 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, $MN = 2$, 点 A 在 $\odot O$ 上, $\angle AMN = 30^\circ$, B 为弧 AN 的中点, P 为直径 MN 上一动点, 则 $PA + PB$ 的最小值为 ().



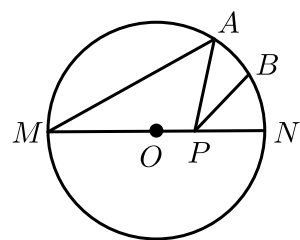
- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

49. 如图, 已知 $\odot O$ 的半径是 R , C, D 是直径 AB 同侧圆周上的两点, 弧 AC 的度数为 96° , 弧 BD 的度数为 36° , 动点 P 在 AB 上, 则 $PC + PD$ 的最小值为 ().

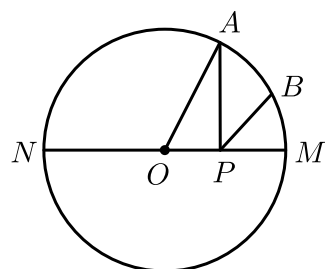


- A. $2R$ B. $\sqrt{3}R$ C. $\sqrt{2}R$ D. R

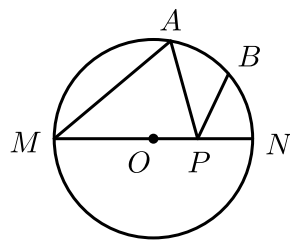
50. 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, $MN = 2$, $\angle AMN = 30^\circ$, 点 B 为 $\widehat{AN}$ 的中点, P 是直径 MN 上一动点, 则 $PA + PB$ 的最小值为 _____.



51. 如图, 点 A 是半圆上一个三等分点, 点 B 是 $\widehat{AM}$ 的中点, 点 P 是直径 MN 上一动点, 若 $\odot O$ 的半径为 1, 则 $AP + BP$ 的最小值是 _____.

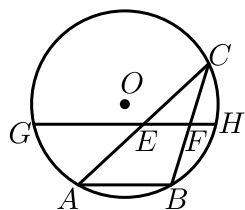


52. 如图, MN 是 $\odot O$ 的直径, $MN = 4$, $\angle AMN = 40^\circ$, 点 B 为弧 AN 的中点, 点 P 是直径 MN 上的一个动点, 则 $PA + PB$ 的最小值为 _____ .

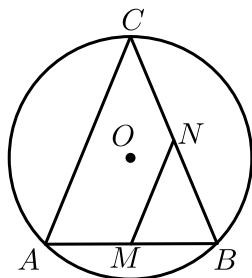


练习11

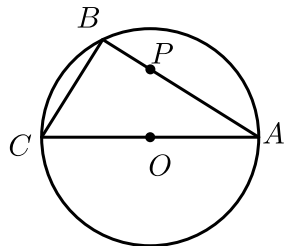
53. 如图, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, 点 C 是 $\odot O$ 上一动点, 且 $\angle ACB = 30^\circ$, 点 E 、 F 分别是 AC 、 BC 的中点, 直线 EF 与 $\odot O$ 交于 G 、 H 两点. 若 $\odot O$ 的半径为 7, 则 $GE + FH$ 的最大值为 _____ .



54. 如图, AB 为 $\odot O$ 的弦, $AB = 6$, 点 C 是 $\odot O$ 上的一个动点, 且 $\angle ACB = 45^\circ$, 若点 M 、 N 分别是 AB 、 BC 的中点, 则 MN 长的最大值是 _____ .



55. 如图, P 为 $\odot O$ 内一定点, A 为 $\odot O$ 上一个动点, 射线 AP 、 AO 分别与 $\odot O$ 交于 B 、 C 两点. 若 $\odot O$ 的半径长为 3, $OP = \sqrt{3}$, 则弦 BC 的最大值为 () .



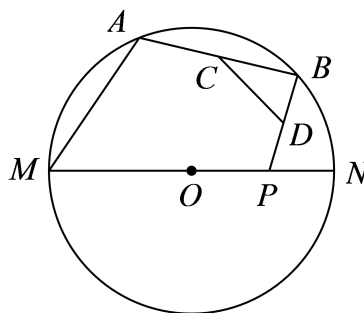
A. $2\sqrt{3}$

B. 3

C. $\sqrt{6}$

D. $3\sqrt{2}$

56. 如图，点 P 在 $\odot O$ 的直径 MN 上运动， A 、 B 是同一个半圆上的两点， C 、 D 分别是 AB 、 BP 的中点，已知 $MN = 5$ ， $AM = 3$ ，那么 CD 的最小值等于（ ）。



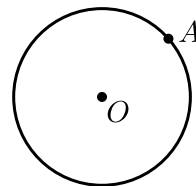
- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{3}{2}$

练习12

57. 已知点 P 到圆上各点的最大距离为5，最小距离为1，则圆的半径为（ ）。

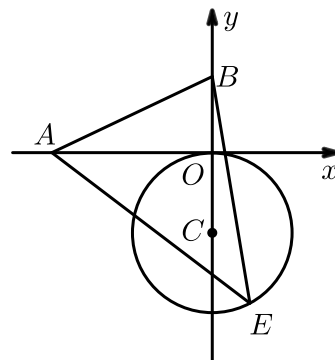
- A. 2或3 B. 3 C. 4 D. 2或4

58. 如图， $\odot O$ 的半径是5，点 A 在 $\odot O$ 上， P 是 $\odot O$ 所在平面内一点，且 $AP = 2$ ，过点 P 作直线 l ，使 $l \perp PA$ 。



- (1) 点 O 到直线 l 距离的最大值为 _____。
- (2) 若 M 、 N 是直线 l 与 $\odot O$ 的公共点，则当线段 MN 的长度最大时， OP 的长为 _____。

59. 如图，已知 A 、 B 两点的坐标分别为 $(-2, 0)$ 、 $(0, 1)$ ， $\odot C$ 的圆心坐标为 $(0, -1)$ ，半径为1， E 是 $\odot C$ 上一动点，则 $\triangle ABE$ 面积的最大值为（ ）。



- A. $4 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $3 + \frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $3 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $2 + \frac{\sqrt{5}}{2}$

60. 如图，已知 $M(3,3)$ ， $\odot M$ 的半径为2，四边形 $ABCD$ 是 $\odot M$ 的内接正方形， E 为 AB 中点，当正方形 $ABCD$ 绕圆心 M 转动时， $\triangle OME$ 的面积最大值为 _____ ．

